

2021**COMMERCE****[HONOURS]****(Advanced Business Mathematics and Statistics)****Paper : VIII****[OLD SYLLABUS]**

Full Marks : 100

Time : 4 Hours

*The figures in the right-hand margin indicate marks.**Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable.**Symbols have their usual meanings.*1. Answer any **five** questions: $1 \times 5 = 5$

যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

i) If $A = \{a, b, c\}$ and $B = \{a, b, c\}$ then find the value of $A - B$.যদি $A = \{a, b, c\}$ এবং $B = \{a, b, c\}$ হয়, তবে $A - B$ -এর মান নির্ণয় কর।ii) If $f(x) = \frac{px+q}{qx+p}$ and $g(x) = \frac{px+2q}{qx+2p}$ thenprove that $g(2x) = 2f(x)$.যদি $f(x) = \frac{px+q}{qx+p}$ এবং $g(x) = \frac{px+2q}{qx+2p}$ হয়, তবেপ্রমাণ কর $g(2x) = 2f(x)$ ।

[Turn over]

iii) Find mean of $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$. $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ -এর গড় নির্ণয় কর।iv) If $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ and $B = \{5, 6, 7, 8\}$ then find $A \cap B$.যদি $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ এবং $B = \{5, 6, 7, 8\}$ হয়, তবে $A \cap B$ -এর মান নির্ণয় কর।v) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ then verify $AA^{-1} = I$.যদি $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ তবে যাচাই কর $AA^{-1} = I$ ।

vi) Prove that:

প্রমাণ কর :

$$\frac{d}{dx}(x^3) \times \frac{d}{dx}(x^2) \neq \frac{d}{dx}(x^5)$$

vii) Evaluate:

নির্ণয় কর :

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3}$$

viii) Find $P(A \cup B)$ where $P(A) = \frac{2}{3}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ and $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$.

$P(A \cup B)$ -এর মান নির্ণয় কর, যখন $P(A) = \frac{2}{3}$,

$P(B) = \frac{1}{3}$ এবং $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ ।

2. Answer any **ten** questions: $2 \times 10 = 20$

যে-কোনো দশটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

i) Distinguish between population and sample.

Population ও sample-এর পার্থক্য নির্ণয় কর।

ii) Using set theory find H.C.F. and L.C.M. of 175 and 245.

সেট তত্ত্ব ব্যবহার করে 175 এবং 245-এর গ.সা.গু. ও ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

iii) If $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ and

$C = \{1, 4, 9\}$ then find $A \cap (B \cup C)$.

যদি $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ এবং $C = \{1, 4, 9\}$ হয়, তবে $A \cap (B \cup C)$ -এর মান নির্ণয় কর।

iv) State Bayes' theorem.

Bayes-এর উপপাদ্যটি বিবৃত কর।

v) Show that:

দেখাও যে :

$$E(x - \bar{x})^2 = E(x^2) - \{E(x)\}^2.$$

vi) Using Venn-diagram verify:

ভেনচিত্র ব্যবহার করে যাচাই কর :

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

where $n(A)$, $n(B)$ etc. denote cardinal numbers.

যখন $n(A)$, $n(B)$ ইত্যাদি হল কার্ডিনাল নম্বর।

vii) Evaluate:

নির্ণয় কর :

$$\begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix}.$$

viii) If $A + 2B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, then find

A.

যদি $A + 2B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ এবং $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ হয়, তবে

A-এর মান নির্ণয় কর।

ix) When $x^2 + y^2 = 2a^2$ then find $\frac{dy}{dx}$.

যদি $x^2 + y^2 = 2a^2$ হয়, তবে $\frac{dy}{dx}$ -এর মান নির্ণয় কর।

x) Solve by Cramer's rule:

ক্রমারের নিয়মানুযায়ী সমাধান কর :

$$x + y = 7$$

$$x - y = 3$$

xi) Prove that:

প্রমাণ কর :

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{x - a} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{2x\sqrt{a}}$$

xii) Show that:

দেখাও যে :

$$\int_1^2 \frac{dx}{x} + \int_1^2 \frac{dx}{x+1} = \log_e 3$$

3. Answer **five** questions taking at most **three** questions from each group: $6 \times 5 = 30$

যেকোন পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর কর প্রত্যেকটি গ্রুপ থেকে সর্বাধিক তিনটি প্রশ্ন নিয়ে, অর্থাৎ কোন গ্রুপ থেকে তিনটির বেশী প্রশ্নের উত্তর করা যাবে না :

GROUP-A

i) Show that:

প্রমাণ কর :

$$\begin{vmatrix} 1 & \alpha & \alpha^3 \\ 1 & \beta & \beta^3 \\ 1 & \nu & \nu^3 \end{vmatrix} = (\alpha - \beta)(\beta - \nu)(\nu - \alpha)(\alpha + \beta + \nu)$$

ii) If $x+y=5$, find the maximum and minimum value of $\frac{9}{x} + \frac{36}{y}$.

যদি $x+y=5$ হয়, তবে $\frac{9}{x} + \frac{36}{y}$ -এর সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান নির্ণয় কর।

iii) Find the inverse of the following matrix:

নীচের ম্যাট্রিক্সটির inverse নির্ণয় কর :

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 1 & 5 \\ 9 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

and hence solve the following equation:

অতঃপর নীচের সমীকরণগুলির সমাধান নির্ণয় কর :

$$7x+y+5z=13$$

$$9x+3y+2z=14$$

$$x+y+z=3$$

iv) If $x^y = e^{x-y}$ then prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(\log_e x)^2}$.

যদি $x^y = e^{x-y}$ হয়,

তবে প্রমাণ কর $\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(\log_e x)^2}$ ।

GROUP-B

v) A population consists of four numbers 5, 7, 11, 15. Find all possible samples of size two which can be drawn with the replacement from this population.

একটি population-এর চারটি সংখ্যা 5, 7, 11, 15। Size two-এর সকল সম্ভাব্য sample নির্ণয় কর যা কিনা তোলা যায় ঐ population-এ ফিরিয়ে দিয়ে।

- vi) Discuss various steps on one-way classified data.

One-way classified data-এর বিভিন্ন ধাপ নিয়ে আলোচনা কর।

- vii) For the events A, B, C prove that:

A, B, C eventগুলির জন্য প্রমাণ কর :

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(C \cap A) + P(A \cap B \cap C)$$

- viii) If X is a Poisson variable such that:

যদি X এরূপ একটি Poisson variable হয় যাতে

$$P(X=2)=9P(X=4)+90P(X=6)$$

then find mean and variance.

তবে গড় ও ভেদমান নির্ণয় কর।

4. Answer any **three** questions taking at most **two** questions from each group: $15 \times 3 = 45$

তিনটি প্রশ্নের উত্তর কর প্রতিটি গ্রুপ থেকে সর্বাধিক দুটি প্রশ্ন নিয়ে :

GROUP-A

- i) a) Integrate: 5

সমাকল কর :

$$\int \frac{xe^x}{(x+1)^2} dx$$

- b) Find the minimum value of $x^2 - 2x + 5$.

2

$x^2 - 2x + 5$ -এর অবম মান নির্ণয় কর :

- c) Solve: 8

সমাধান কর :

$$\begin{vmatrix} 2-x & 2 & 3 \\ 2 & 5-x & 6 \\ 3 & 4 & 10-x \end{vmatrix} = 0$$

- ii) a) Prove that: 4

প্রমাণ কর :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8^x - 4^x}{x} = \log_e 2$$

- b) If $\phi = \log \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, then show that: 7

যদি $\phi = \log \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ হয়, তবে দেখাও যে :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2}$$

- c) Integrate: 4

সমাকল কর :

$$\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}}$$

iii) a) Solve by Cramer's rule: 5

ক্রমারের নিয়মানুযায়ী সমাধান কর :

$$x+2y+z=4$$

$$2x+y+2z=3$$

$$x+y+2z=1$$

b) Solve: 5

সমাধান কর :

$$\frac{dy}{dx} = x + y$$

c) Show that following matrix is orthogonal: 5

নীচের matrixটি orthogonal দেখাও :

$$\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

GROUP-B

iv) a) If $A = \{x, y, z, t\}$, $B = \{5, 9, 10, 11\}$,

$C = \{10, 11, 12, 13\}$, then verify

$$A \times (B - C) = A \times B - A \times C. \quad 5$$

যদি $A = \{x, y, z, t\}$, $B = \{5, 9, 10, 11\}$,

$C = \{10, 11, 12, 13\}$ হয়, তবে যাচাই কর

$$A \times (B - C) = A \times B - A \times C \mid$$

b) For a normal distribution $N(m, \sigma^2)$, evaluate $P|X - m| \leq 2\sigma$, given that

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^2 e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 0.4772. \quad 5$$

একটি normal distribution $N(m, \sigma^2)$ -এর

জন্য $P|X - m| \leq 2\sigma$ -এর মান নির্ণয় কর যার

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^2 e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 0.4772 \text{ প্রদত্ত।}$$

c) If the first, second and third moments of a distribution about 2 are 1, 16 and 40 respectively then find the first, second and third central moments and measure of skewness of the distribution. 3+2

যদি 2-এর সাপেক্ষে কোন বিভাজনের প্রথম, দ্বিতীয় এবং তৃতীয় ভ্রামক (moment) যথাক্রমে 1, 16 এবং 40 হয় তবে প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় central moments এবং measure of skewness নির্ণয় কর।

v) a) Calculate the mean of a normal distribution whose S.D. is 9 and only 2% of its value is less than 117.

$$[\text{Given that } \phi(2.054) = 0.98] \quad 5$$

একটি normal distribution-এর mean নির্ণয় কর যার S.D. 9 এবং 117-এর নীচে 2% value আছে।

- b) What is the probability of getting 3 white balls in a draw of 5 balls from a box containing 5 white and 4 black balls? 5

একটি বাক্সে 5টি সাদা ও 4টি কালো বল আছে। ঐ বাক্স থেকে 5টি বল তুললে তার মধ্যে 3টি সাদা থাকার সম্ভাবনা কত?

- c) Show that the S.D. of a binomial distribution cannot exceed $\frac{\sqrt{n}}{2}$. 5

দেখাও যে একটি binomial distribution-এর S.D. $\frac{\sqrt{n}}{2}$ -এর বেশী হবে না।

- vi) a) If X and Y are jointly distributed random variables and a, b, c, d are arbitrary constants then prove that:

যদি X এবং Y jointly distributed random variable হয় এবং a, b, c, d যদৃচ্ছ ধ্রুবক হয়, তবে প্রমাণ কর :

$$\text{Cov}(aX+b, cX+d) = ac \text{Cov}(X, Y).$$

5

- b) Let X be a normal variable and for any point k, $\phi(k) = P(X \leq k)$, show that $\phi(k) + \phi(-k) = 1$. 5

যে কোন বিন্দু k-এর জন্য X একটি normal variable এবং $\phi(k) = P(X \leq k)$ তবে দেখাও যে $\phi(k) + \phi(-k) = 1$ ।

- c) A random variable X follows binomial distribution with mean 3 and S.D. $\sqrt{2}$. Find the value of $P(X=2)$ and $P(X \leq 1)$. 5

একটি random variable X binomial distribution মেনে চলে যার গড় 3 এবং সম্যক বিচ্যুতি $\sqrt{2}$ তবে $P(X=2)$ এবং $P(X \leq 1)$ নির্ণয় কর।
